

Moto di filtrazione all'interno di impaccamenti di sfere a distribuzione lognormale

Marco Pilotti

Dipartimento di Ingegneria Civile della Università degli Studi di Brescia
Via Branze, 38, 25123 Brescia
E-mail: pilotti@bsing.ing.unibs.it

SOMMARIO. Nel presente contributo si analizza il moto saturo stazionario incomprimibile all'interno di mezzi porosi a complessità progressivamente crescente, la cui geometria è stata costruita mediante l'utilizzo di algoritmi che simulano un processo di sedimentazione. La soluzione delle equazioni di Navier, ottenuta mediante una metodologia numerica Lattice Boltzmann, consente di descrivere con grande dettaglio le modalità del moto. In particolare, si esplora la possibilità di calcolare la permeabilità assoluta alla scala mesoscopica mediante una opportuna integrazione della dissipazione specifica di potenza meccanica. I valori di permeabilità così ottenuti consentono di valutare la capacità predittiva della relazione di Kozeny-Carman nel caso dei tre mezzi porosi considerati. La elaborazione della soluzione consente inoltre di evidenziare quantitativamente che il moto e la conseguente dissipazione specifica di potenza meccanica che determina il valore di permeabilità alla mesoscala, si concentrano all'interno di una frazione esigua dello spazio intergranulare complessivo.

La maggior parte dei materiali solidi può essere considerata, seppure a gradi diversi, come un mezzo poroso. A partire dalle rocce consolidate agli aggregati granulari, dal tessuto delle ossa ai polmoni, moltissime sostanze sono attraversate da fluidi che scorrono all'interno di una parte piccola dello spazio complessivo, seguendo percorsi di grande complessità. Dal punto di vista pratico, uno degli aspetti di massima importanza riguardanti il moto all'interno di un mezzo poroso è indubbiamente quello della determinazione del legame tra portata volumetrica di fluido che attraversa il mezzo e la perdita di energia meccanica subita dal fluido stesso in condizioni di creeping flow. Il problema della determinazione della permeabilità si colloca quindi nell'ambito più generale del calcolo delle dissipazioni connesse al moto di un fluido viscoso all'interno di un contorno che lo limiti. Nel campo di validità stretta delle equazioni di Darcy, la permeabilità si ricava dalle equazioni di Stokes e dunque è evidente la maggiore semplicità del problema rispetto agli analoghi di moto turbolento per correnti fluenti a contatto con contorni solidi. Tuttavia, la complessità è qui introdotta dalla frontiera, la quale induce forti fluttuazioni spaziali del campo di moto. Nel loro complesso queste fluttuazioni appaiono come casuali e il moto, per quanto del tutto privo di problemi di stabilità idrodinamica, assume aspetti in qualche misura simili a quelli propri della turbolenza (pseudoturbolenza). Poichè l'irregolarità del campo è di tipo deterministico, sorge naturale l'idea di misurare il contorno per determinare la permeabilità. Il presente contributo prosegue un filone di ricerca avviato dallo scrivente su queste tematiche e si propone di presentare l'applicazione di alcune metodologie innovative (Pilotti, 2002, 2003) all'analisi del campo di moto all'interno di tre mezzi porosi caratterizzati da complessità progressivamente crescente, costruiti mediante l'utilizzo di algoritmi specificatamente predisposti (Pilotti, 1998, 2000). Le equazioni di Navier in variabili primarie sono state risolte mediante un solutore Lattice Boltzmann opportunamente implementato (Pilotti, 2003) ottenendo il campo di velocità e di densità in ogni punto dello spazio intergranulare. Partendo da questi campi è quindi possibile procedere al calcolo numerico della permeabilità, come pure analizzare le caratteristiche statistiche del campo di moto quali, a titolo di esempio, la varianza e i coefficienti di correlazione delle velocità e degli spostamenti delle particelle, come pure per la determinazione delle componenti del tensore di dispersione idrodinamica.

Il presente lavoro numerico analizza il moto all'interno di alcuni mezzi a complessità crescente, mostrando la possibilità di calcolare la permeabilità mediante utilizzo di una procedura innovativa, che integra il valore locale della dissipazione viscosa. I valori ottenuti sono confrontati con quelli che si deriverebbero per utilizzo della relazione di Kozeny-Carman. L'accordo, in generale molto soddisfacente, tende tuttavia a deteriorarsi per il campione a maggiore complessità. E' in questo campione che la focalizzazione della portata in canalicoli che occupano in realtà una esigua minoranza dello spazio intergranulare, caratteristica del moto all'interno degli impaccamenti granulari considerati, diviene massima. Sembrerebbe quindi di potere ipotizzare che in queste situazioni, quantità complessive quali la porosità e la superficie specifica, che individuano la permeabilità in molte relazioni empiriche, non sono più rappresentative di ciò che in realtà accade in una esigua sottoparte dello spazio poroso. Queste quantità appaiono solo genericamente e statisticamente legate ad altre quantità che devono ricercarsi indagando le strutture geometriche all'interno delle quali si concentra il flusso.

Per il calcolo della permeabilità saturata, al posto di procedere alla replica numerica della esperienza descritta da Darcy nel suo lavoro originario, si è ritenuto opportuno passare attraverso il calcolo del valore assunto localmente dalla funzione di dissipazione locale di potenza meccanica, come mostrato da (Pilotti et al., 2002). Il vantaggio insito nel calcolo diretto della dissipazione puntuale consiste nella possibilità di localizzare, all'interno del dominio, le cause geometriche della dissipazione viscosa che, a scala integrale, determinano il valore di permeabilità. Inoltre, la definizione data consente di fornire un criterio immediato per individuare la scala del REV. Si è dunque integrata la espressione locale della dissipazione specifica di potenza meccanica per unità di massa di fluido

$$\Phi = \frac{2\mu}{\rho} e_{ij} e_{ij} + \frac{\mu}{\rho} (\text{div} \mathbf{v})^2$$

dove e_{ij} rappresenta la parte simmetrica del tensore dei gradienti di velocità di deformazione e μ e μ' rappresentano il primo e il secondo coefficiente di viscosità dinamica, ottenendo, per analogia con la relazione di Darcy, l'espressione della permeabilità in funzione di una coordinata progressiva s presa positiva nel verso medio del moto

$$k(s) = \frac{Q^2 s}{2A} \cdot \frac{1}{\int_0^s \int_{A(s)} e_{ij} e_{ij} dA ds}$$

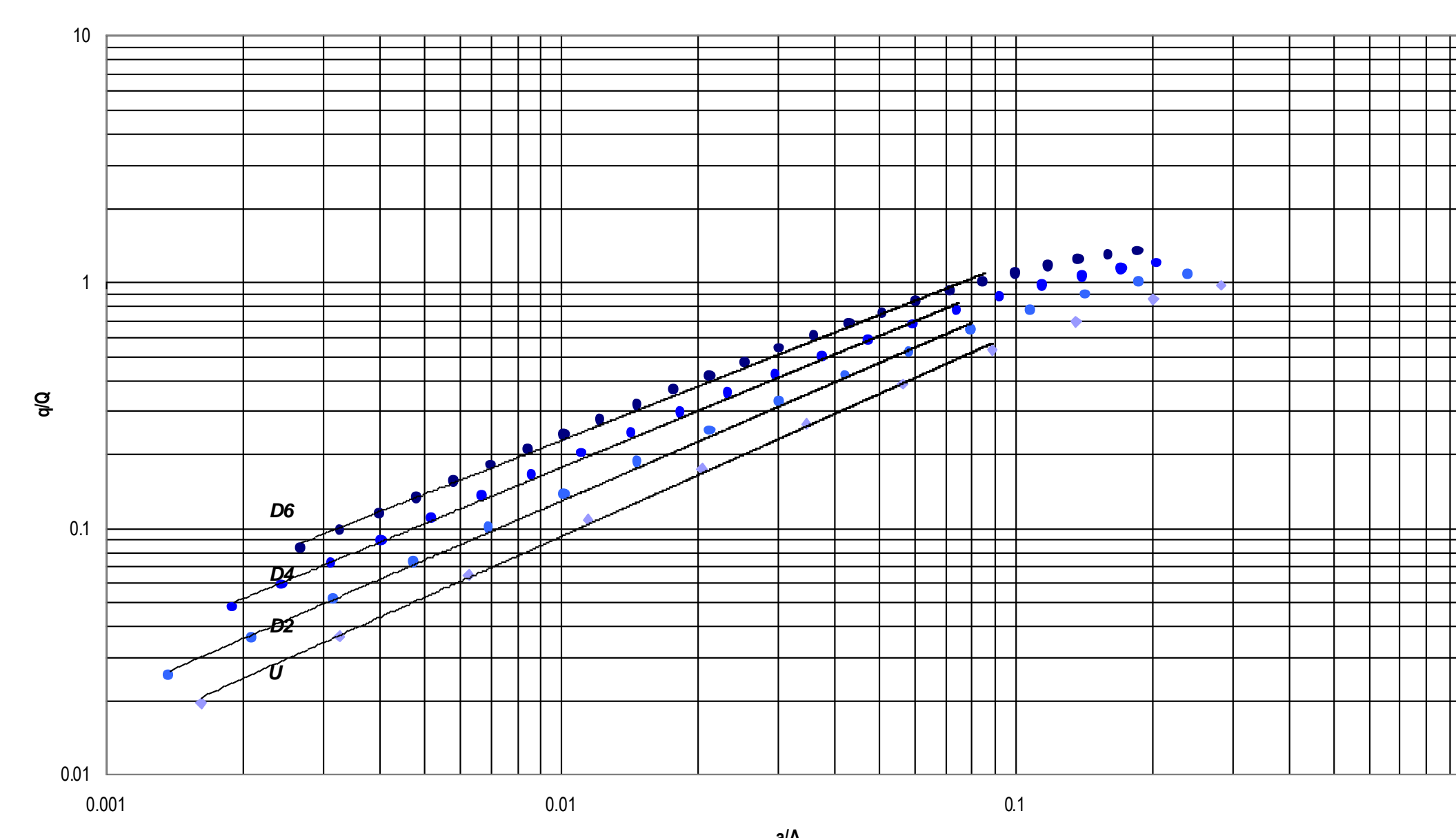
Qualora ad s si sostituisca la lunghezza L del campione sul quale si conduce la prova, supposto L maggiore della scala lineare caratteristica del REV, si ottiene il valore convenzionale di permeabilità saturata mesoscopica, K . La struttura del mezzo poroso determina quindi la permeabilità incidendo sulla struttura del tensore di velocità di deformazione, moltiplicato scalarmente per se stesso. I valori ottenuti sono stati confrontati con quelli forniti dalla relazione di Kozeny-Carman

$$K_{CK} = \left(\frac{L}{L_e} \right)^2 \frac{n^3}{k_0 (1-n)^2 M_s^2}$$

dove la tortuosità è stata calcolata individuando un sufficiente numero di traiettorie passanti ed andando a calcolare la lunghezza effettiva delle stesse. Il risultato del confronto rispetto ai valori calcolati a partire dalla (2) è mostrato nella tabella seguente, da cui si osserva che l'errore percentuale dei valori adimensionali ottenuto dalla Kozeny-Carman con quelli ricavati dalle simulazioni è: 1,63% per il D4, 11,69% per il D6.

	D2	D4	D6
$K_{cal}/(K_{cal})_{D2}$	1	0,6397	0,4424
$K_{KC}/(K_{KC})_{D2}$	1	0,6294	0,5009

In aggiunta ai risultati in merito alla distribuzione di probabilità delle componenti di velocità, un risultato che ci sembra apra interessanti prospettive riguarda la localizzazione della componente longitudinale di velocità all'interno dello spazio intergranulare. A tale proposito, calcolata la velocità media sulle sezioni, $U=Q/A$, si è proceduto a calcolare, per ciascuna sezione, la percentuale d'area interessata da velocità progressivamente maggiori del suo valor medio. Si è così ottenuto un campione di distribuzione della portata q/Q sulle diverse frazioni d'area a/A , campione che mediato su tutte le sezioni trasversali del mezzo considerato, consente di visualizzare la concentrazione media di portata all'interno dello spazio intergranulare. I valori, per i tre mezzi lognormali considerati e per una geometria monogranulare, sono riportati nella figura a fianco. Il diagramma mostra ancora una volta la presenza di significative aree di ricircolo, crescenti in entità al crescere della complessità del mezzo. Mostra inoltre che le massime velocità seguono un andamento del tipo $(q/Q)=c(a/A)^n$, con valori di n a poco dissimili tra loro. Queste tendenze, che dovrebbero caratterizzare il moto in tutto il campo di validità delle equazioni di Stokes, evidenziano la progressiva concentrazione del flusso in una esigua sottoparte del mezzo poroso. A titolo di esempio, il 50% della portata volumetrica scorre, nel mezzo poroso monogranulare, attraverso il 9% dell'area della sezione retta del campione. Tale percentuale scende però progressivamente al crescere della complessità, fino a scorrere nel 3% dell'area della sezione retta del campione per il mezzo D6.



Concentrazione della portata sulle sezioni trasversali dei mezzi porosi considerati nel lavoro

Alcuni riferimenti bibliografici

- Andrade, J. S., Jr., M. P. Almeida, J. Mendes Filho, S. Havlin, B. Suki and H.E. Stanley. *Phys. Rev. Lett.* 79, 3901, 1997.
Benzi R., S. Succi and M. Vergassola, *Physics Reports*, 222, 3, 1992.
Maier, R.S., Kroll, D.M., Kutsovsky, Y.E., Davis, H.T., Bernard, R.S.: Simulation of flow through bead packs using the Lattice Boltzmann method, *Phys. Fluids*, 10 (1), 60-74, 1998.
Pilotti M., Generation of Realistic Porous Media by Grains Sedimentation, *Transport in Porous Media*, 33, 257-278, 1998.
Pilotti M., Reconstruction of Clastic Porous Media, *Transport in Porous Media*, 41, 3, 359-364, 2000.
Pilotti, M., Succi S., e Menduni G., Energy dissipation and permeability in porous media, *Europhysics Letters*, 60 (1), 72-78, 2002.
Pilotti, M. Viscous flow in three-dimensional Reconstructed Porous Media, *Int. J. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 27, 633-649, 2003.
Olson, J.F., D. H. Rothman, *Journal of Fluid Mechanics*, 341, 343-370, 1997.